



Lage Parabel - Parabel Übung

1. Berechnen Sie die Koordinaten der gemeinsamen Punkte zwischen den Funktionen f_1 und f_2 . Geben Sie jeweils die Art der gemeinsamen Punkte (Schnitt- oder Berührungspunkt) mit an. •••

a) $f_1(x) = \frac{1}{8}(x^2 - 1)$ und $f_2(x) = -\frac{1}{4}(x - 3)^2 + 1$

b) $f_1(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x$ und $f_2(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x + 3$

c) $f_1(x) = \frac{1}{2}x^2 + 1$ und $f_2(x) = -x^2 + 6x - 5$

d) $f_1(x) = \frac{1}{3}x^2 + 2x + 1$ und $f_2(x) = \frac{1}{3}x^2 + x - 2$

e) $f_1(x) = -\frac{1}{3}(x - 1)(x - 5)$ und $f_2(x) = -\frac{1}{3}(x - 3)^2 + \frac{4}{3}$

f) $f_1(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3x + \frac{5}{2}$ und $f_2(x) = -(x^2 + 4x + 1)$

2. Geben Sie die Terme zweier beliebiger quadratischer Funktionen an, deren Graphen sich nur im Punkt $P(1; 4)$ schneiden! •••

3.

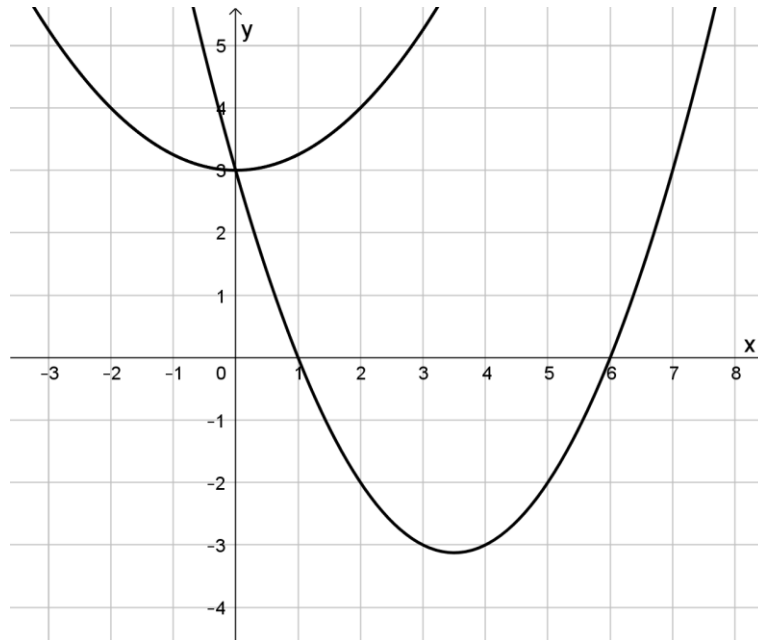
- a) Erläutern Sie folgende Rechnung. Interpretieren Sie das Rechenergebnis. •••

$$\begin{aligned}x^2 - 2x + 4 &= -\frac{1}{2}x^2 + x \\ \frac{3}{2}x^2 - 3x + 4 &= 0 \\ 3x^2 - 6x + 8 &= 0 \\ D &= (-6)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 8 = -60\end{aligned}$$

- b) Was könnte in der obersten Zeile der Rechnung geändert werden, damit sich zwei Schnittpunkte ergeben?

4. Bestimmen Sie den Term einer quadratischen Funktion $f_2(x)$, deren Graph den Graphen der Normalparabel $f_1(x) = x^2$ an der Stelle $x_1 = 2$ berührt. •••

5. Berechnen Sie die Koordinaten der Schnittpunkte folgender Graphen. •••



6. Gegeben sind die Parabelgleichungen $f(x) = \frac{1}{2}(x + 1)^2 - 1$ und $g(x) = -\frac{1}{2}(x - 3)^2 + 7$.

•••

- Geben Sie die Koordinaten der Scheitelpunkte beider Parabeln an.
- Weisen Sie nach, dass sich beide Parabeln in ihren Scheitelpunkten schneiden.

7. Begründen Sie anschaulich und ohne Rechnung, dass sich die Graphen von $f(x) = (x - 1)^2 + 2$ und $g(x) = -2(x - 1)^2 + 2$ in einem Punkt berühren. Geben sie die Koordinaten des Berührungspunkts an. •••

8. In einer Klausur findet sich folgende Aufgabe: •••

„Gegeben sind die Parabeln mit den Gleichungen $f(x) = x^2 - 4x + 8$ und $g(x) = \frac{1}{2}x^2 + 2x - 10$. Weisen Sie nach, dass sich die Parabeln im Punkt $B(6; 22)$ berühren.“

Ein Schüler rechnet:

$$f(6) = 6^2 - 4 \cdot 6 + 8 = 36 - 24 + 8 = 20$$

$$g(6) = \frac{1}{2} \cdot 6^2 + 2 \cdot 6 - 10 = 18 + 12 - 10 = 20$$

und schließt daraus, dass sich die Parabeln im vorgegebenen Punkt berühren. Warum wird der Schüler nicht die volle Punktzahl bekommen?.

Lage Parabel - Parabel

Lösung

1.

- a) $S_1(1; 0)$, $S_2(3; 1)$ zwei Schnittpunkte
- b) kein gemeinsamer Punkt
- c) $B(2; 3)$ Berührungspunkt
- d) $S(-3; -2)$ Schnittpunkt
- e) Die Parabeln sind identisch, jeder der unendlich vielen Punkte sind gemeinsame Punkte
- f) kein gemeinsamer Punkt

2. z.B. $f_1(x) = x^2 + 3$ und $f_2(x) = x^2 + x + 2$

3.

- a) Die gemeinsamen Punkte der Graphen von $f_1(x) = x^2 - 2x + 4$ und $f_2(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x$ werden berechnet. Da die Diskriminante einen negativen Wert von -60 besitzt, existieren keine gemeinsamen Punkte.
- b) Die linke Funktion könnte auf $f_1(x) = x^2 - 2x$ geändert werden (Verschieben des Graphen um 4 in negative y-Richtung).

4. z.B. $f_2(x) = 2x^2 - 4x + 4$ (Rückwärts rechnen!)

5. Die beiden Funktionsterme lauten $f_1(x) = \frac{1}{4}x^2 + 3$ und $f_2(x) = \frac{1}{2}(x - 1)(x - 6)$.
Gleichsetzen liefert den bereits sichtbaren Schnittpunkt $S_1(0; 3)$ sowie $S_2(14; 52)$.

6.

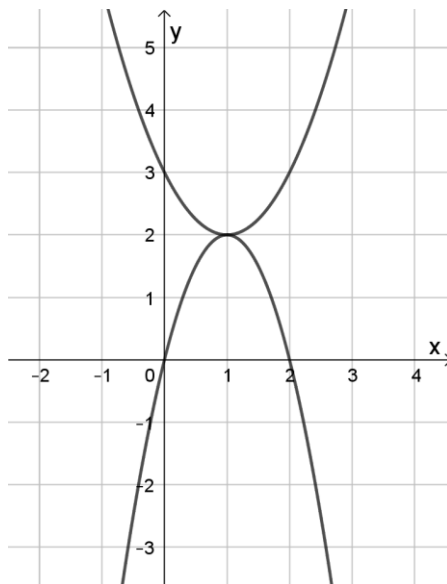
a) Die Koordinaten der Scheitelpunkte lauten $S_f(-1; -1)$ und $S_g(3; 7)$.

b) $f(3) = \frac{1}{2}(3 + 1)^2 - 1 = \frac{1}{2} \cdot 16 - 1 = 7$ und

$$g(-1) = -\frac{1}{2}(-1 - 3)^2 + 7 = -\frac{1}{2} \cdot 16 + 7 = -1$$

Die beiden Scheitelpunkte liegen auch auf dem jeweils anderen Funktionsgraphen.
Natürlich können Sie auch die aufwändigere Methode mit dem Gleichsetzen verwenden.

7. Der gemeinsame Scheitelpunkt ist der Berührungspunkt $B(1; 2)$.



8. Der Schüler hat nachgewiesen, dass B gemeinsamer Punkt beider Parabeln ist. Er hat jedoch nicht gezeigt, dass die Parabeln sich berühren. Dies ist nur möglich, indem man zum Beispiel durch die Diskriminante zeigt, dass es sich um eine doppelte Lösung der Gleichung $f(x) = g(x)$ handelt. Den Großteil der Rechenarbeit hat sich der Schüler damit nicht gemacht.